



Воронежский институт высоких технологий - автономная
некоммерческой образовательной организации высшего образования
(ВИВТ - АНОО ВО)

УТВЕРЖДАЮ
Председатель экзаменационной

комиссии
 А.Е.Ушакова

16 января 2025 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
для поступающих по программам бакалавриата по дисциплине
«Математика»

Воронеж 2025

Программа вступительных испытаний по дисциплине «Математика» для абитуриентов, поступающих по направлениям подготовки бакалавриата в 2025 году, составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования. Абитуриент, сдающий вступительные испытания в вуз по математике на очную и заочную формы обучения, должен показать знания, навыки и умения в объеме программы общеобразовательной средней школы.

Содержание программы:

АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

1. Числа и вычисления

1.1. Натуральные числа

1.1.1. Десятичная система счисления. Цифры. Знаки для записи чисел

1.1.2. Арифметические действия над натуральными числами

1.1.3. Степень с натуральным показателем

1.1.4. Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители

1.1.5. Признаки делимости

1.1.6. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК)

1.1.7. Деление с остатком

1.2. Дроби

1.2.1. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Сокращение дроби

1.2.2. Арифметические действия с обыкновенными дробями

1.2.3. Нахождение части от целого и целого по его части

1.2.4. Десятичная дробь, сравнение десятичных дробей

1.2.5. Арифметические действия с десятичными дробями

1.2.6. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби

1.3. Рациональные числа

1.3.1. Целые числа

1.3.2. Модуль (абсолютная величина) числа

1.3.3. Сравнение рациональных чисел

1.3.4. Арифметические действия с рациональными числами

1.3.5. Степень с целым показателем. Свойства степеней с целыми показателями

1.3.6. Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок

1.4. Действительные числа

1.4.1. Арифметический корень из числа. Определение и свойства

1.4.2. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби

1.4.3. Степень с дробным показателем. Запись корней с помощью степени с дробным показателем

- 1.4.4. Свойства степеней с рациональными показателями
- 1.4.5. Понятие о степени с иррациональным показателем
- 1.4.6. Свойства степеней с действительными показателями
- 1.4.7. Сравнение действительных чисел

1.5. Измерения, приближения, оценки

- 1.5.1. Единицы измерения
- 1.5.2. Стандартный вид числа
- 1.5.3. Представление зависимости между величинами в виде формул
- 1.5.4. Проценты. Нахождение процента от величины и величины по её проценту
- 1.5.5. Отношение, выражение отношения в процентах
- 1.5.6. Пропорция. Прямая и обратно пропорциональная зависимости
- 1.5.7. Округление чисел

2. Координаты на прямой и в плоскости

2.1. Координатная прямая

- 2.1.1. Изображение чисел точками координатной прямой
- 2.1.2. Геометрический смысл модуля
- 2.1.3. Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч

2.2. Декартовы координаты на плоскости

- 2.2.1. Декартовы координаты на плоскости; координаты точки
- 2.2.2. Координаты середины отрезка
- 2.2.3. Формула расстояния между двумя точками плоскости
- 2.2.4. Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых
- 2.2.5. Уравнение окружности

3. Числовые последовательности

3.1 Понятие последовательности

3.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

- 3.2.1. Арифметическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы первых нескольких членов.
- 3.2.2. Геометрическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы первых нескольких членов.
- 3.2.3. Сложные проценты

4. Алгебраические выражения

4.1. Буквенные выражения (выражения с переменными)

- 4.1.1. Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения
- 4.1.2. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения
- 4.1.3. Подстановка выражений вместо переменных
- 4.1.4. Равенство буквенных выражений, тождество. Преобразования выражений

4.2. Многочлены

- 4.2.1. Многочлен. Сложение, вычитание, умножение многочленов
- 4.2.2. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности, разность квадратов, сумма и разность кубов

4.2.3. Разложение многочлена на множители

4.2.4. Квадратный трёхчлен. Теорема Виета. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители

4.3. Алгебраическая дробь

4.3.1. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей

4.3.2. Рациональные выражения и их преобразования (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в целую степень)

4.4. Иррациональные выражения

4.4.1. Простейшие преобразования арифметических корней (радикалов)

4.4.2. Преобразование иррациональных выражений

5. Функции

5.1. Числовые функции

5.1.1. Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции

5.1.2. График функции, возрастание и убывание, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства

5.1.3. Четные и нечетные функции. Периодические функции

5.1.3. Графические зависимости, отражающие реальные процессы

5.1.4. Линейная функция, её график, геометрический смысл коэффициентов

5.1.5. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола

5.1.6. Квадратичная функция, её график. Парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии

5.1.7. График функции $y = \sqrt{x}$

5.1.8. График функции $y = \sqrt[3]{x}$

5.1.9. График $y = |x|$

5.1.10. Степенная функция с натуральным показателем

5.1.11. Показательная функция

5.1.12. Логарифмическая функция

5.1.13. Числовая окружность. Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса

5.1.14. Свойства и графики тригонометрических функций

5.1.15. Геометрические преобразования графиков функций

6. Трансцендентные выражения

6.1. Преобразование выражений, содержащих переменную под знаком логарифма

6.1.1. Определение логарифма положительного числа. Натуральные и десятичные логарифмы

6.1.2. Свойства логарифмов

6.1.3. Переход к новому основанию логарифма

6.1.4. Логарифмирование и потенцирование

6.2. Формулы тригонометрии и их использование для преобразования тригонометрических выражений

6.2.1. Тригонометрические выражения

6.2.2. Формулы сложения и вычитания аргументов

6.2.3. Формулы приведения

6.2.4. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

6.2.5. Формулы двойного аргумента

6.2.6. Формулы понижения степени

6.2.7. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

6.2.8. Преобразование произведений тригонометрических функций в сумму

7. Уравнения и неравенства

7.1. Уравнения

7.1.1. Уравнение с одной переменной, корень уравнения. Равносильность уравнений

7.1.2. Линейное уравнение

7.1.3. Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Биквадратное уравнение

7.1.4. Рациональные уравнения.

7.1.5. Уравнения высших степеней. Решение уравнений методом замены переменной. Решение уравнений методом разложения на множители

7.1.6. Иррациональные уравнения

7.1.7. Показательные и логарифмические уравнения

7.1.8. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс

7.1.9. Простейшие тригонометрические уравнения

7.1.10. Методы решения тригонометрических уравнений

7.1.11. Уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными

7.1.12. Система уравнений; решение системы. Равносильные системы

7.1.13. Система двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и алгебраическим способом

7.1.14. Решение нелинейных систем уравнений с двумя переменными.

7.1.15. Использование графиков функций для решения уравнений и систем

7.1.16. Уравнения с параметром

7.2. Неравенства

7.2.1. Числовые неравенства и их свойства

7.2.2. Неравенство с одной переменной. Решение неравенства

7.2.3. Линейные неравенства с одной переменной и сводящиеся к ним

7.2.4. Системы и совокупности линейных неравенств

7.2.5. Квадратные неравенства

7.2.6. Решение рациональных неравенств методом интервалов

7.2.7. Показательные и логарифмические неравенства

7.2.8. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными. Их графическая интерпретация

7.3. Текстовые задачи

7.3.1. Решение текстовых задач арифметическим способом

7.3.2. Решение текстовых задач алгебраическим способом

8. Элементы математического анализа

8.1. Производная и ее применения

8.1.1. Приращение аргумента. Приращение функции

8.1.2. Определение производной

8.1.3. Формулы дифференцирования. Таблица производных

8.1.4. Дифференцирование суммы, произведения, частного

8.1.5. Физический смысл производной

8.1.6. Касательная к графику функции

8.1.7. Применение производной к исследованию функций на монотонность

8.1.8. Применение производной к исследованию функций на экстремум

8.1.9. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке

8.1.10. Задачи на отыскание наибольших или наименьших значений величин

9. Статистика и теория вероятности

9.1. Описательная статистика

9.1.1. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков

9.1.2. Среднее результатов измерений

9.2. Вероятность

9.2.1. Частота события, вероятность

9.2.2. Равновозможные события и подсчет их вероятности

9.2.3. Вероятности независимых событий. Формула сложения вероятностей, диаграммы Эйлера, дерево вероятностей, формула Бернулли

ГЕОМЕТРИЯ

10. Планиметрия

10.1. Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин

10.1.1. Начальные понятия геометрии

10.1.2. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и её свойства

10.1.3. Прямая. Параллельность и перпендикулярность прямых

10.1.4. Отрезок. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой

10.1.5. Понятие о геометрическом месте точек

10.1.6. Преобразования плоскости. Движения. Симметрия

10.2. Треугольник

10.2.1. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника; точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан, высот или их продолжений

10.2.2. Равнобедренный и равносторонний треугольники. Свойства и признаки

равнобедренного треугольника

10.2.3. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора

10.2.4. Признаки равенства треугольников

10.2.5. Неравенство треугольника

10.2.6. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника

10.2.7. Теорема Фалеса

10.2.8. Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников

10.2.9. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180°

10.2.10. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Теорема косинусов и теорема синусов

10.3. Многоугольники

10.3.1. Параллелограмм, его свойства и признаки

10.3.2. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки

10.3.3. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция

10.3.4. Сумма углов выпуклого многоугольника

10.3.5. Правильные многоугольники

10.4. Окружность и круг

10.4.1. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла

10.4.2. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей

10.4.3. Касательная и секущая к окружности; равенство отрезков касательных, проведённых из одной точки

10.4.4. Окружность, вписанная в треугольник

10.4.5. Окружность, описанная около треугольника

10.4.6. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника

10.4.7. Вписанные и описанные четырёхугольники

10.5. Измерение геометрических величин

10.5.1. Длина отрезка, длина ломаной, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой

10.5.2. Длина окружности

10.5.3. Градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

10.5.4. Площадь и её свойства. Площадь прямоугольника

10.5.5. Площадь параллелограмма

10.5.6. Площадь трапеции

10.5.7. Площадь треугольника

10.5.10. Площадь круга, площадь сектора

10.6. Векторы на плоскости

10.6.1 Вектор, длина (модуль) вектора

10.6.2. Равенство векторов

10.6.3. Операции над векторами (сумма векторов, умножение вектора на число)

10.6.4. Угол между векторами

10.6.5. Коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

10.6.6. Координаты вектора

10.6.7. Скалярное произведение векторов

11. Стереометрия

11.1. Прямые и плоскости в пространстве

- 11.1.1. Параллельность прямых и плоскостей
- 11.1.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей
- 11.1.3. Скрещивающиеся прямые
- 11.1.4. Углы в пространстве
- 11.2. Многогранники. Площади поверхностей и объемы**
- 11.2.1. Пирамида
- 11.2.2. Призма. Прямоугольный параллелепипед. Куб
- 11.2.3. Правильные многогранники
- 11.2.4. Сечения многогранников
- 11.3. Тела вращения. Площади поверхностей и объемы**
- 11.3.1. Цилиндр
- 11.3.2. Конус
- 11.3.3. Шар

Требования к уровню подготовки абитуриентов:

– *уметь выполнять вычисления и преобразования* (выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции);

– *уметь решать уравнения и неравенства* (решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; решать рациональные, иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, системы рациональных, показательных и логарифмических неравенств);

– *уметь выполнять действия с функциями* (определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций; вычислять производные элементарных функций; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции);

– *уметь выполнять действия с геометрическими фигурами* (решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы);

– уметь строить и исследовать математические модели (моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры; моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения); моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий, вычислять вероятности независимых событий; использовать формулу сложения вероятностей, диаграммы Эйлера, дерево вероятностей, формулу Бернулли;

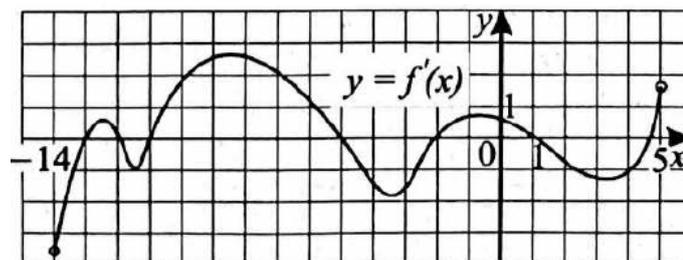
– уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; решать прикладные задачи.

Вступительное испытание для абитуриентов, поступающих на все направления подготовки и специальности, проводится в форме тестирования. Время проведения вступительного испытания 3 часа (180 минут).

Образец вступительного испытания

Задания на 3 балла:

1. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на промежутке $(-14; 5)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

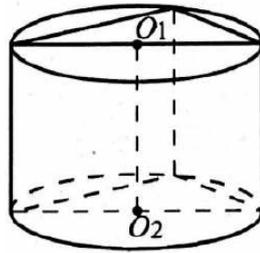


2. В соревнованиях по прыжкам в длину участвуют 13 спортсменов из Москвы, 2 спортсмена из Твери и 5 спортсменов из Тулы. Порядок, в

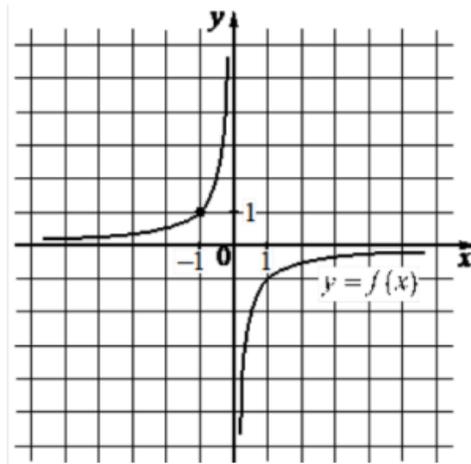
котором спортсмены стартуют, определяется жребием Найдите вероятность того, что последним будет стартовать спортсмен не из Москвы.

3. Два тела массой $m = 5$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 6$ м/с под углом $\alpha > 0$ друг к другу. Энергия Q (в Джоулях), выделяемая при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением: $Q = mv^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$. Под каким наименьшим углом α (в градусах) могли двигаться тела, если в результате соударения выделилось не менее 135 Джоулей?

4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра призмы равны $\frac{9}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

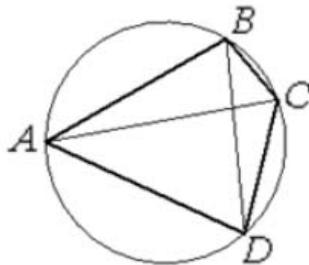


5. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



6. Найдите значение выражения $\left(\frac{21^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{21}}{\sqrt[12]{21}} \right)^2$.

7. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 73° , угол CAD равен 38° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



8. Решите уравнение $\sqrt{\frac{16}{5-2x}}=4$.

9. Одиннадцать одинаковых рубашек дешевле куртки на 1%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

10. Найдите нули функции $y=2^x-2^{x-2}-3$.

11. Вычислите значение многочлена $x^2-4xy+4y^2$ при $x=14\frac{16}{17}$, $y=5\frac{8}{17}$.

12. Вычислить значение выражения $s \in \frac{17\pi}{3} - \cos \frac{17\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{13\pi}{4}$.

13. Найдите значение выражения $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$.

14. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$.

15. Найдите точку минимума функции $y = x + \frac{4}{x} + 14$.

Задания на 4 балла:

16. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что он первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

17. Даны векторы $\vec{a}(-8; 25)$, $\vec{b}(3; 8)$ и $\vec{c}(-6; 12)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

18. Решите уравнение $\log_x(x+6)=2$. Если корней несколько, в ответ запишите наибольший корень.

Задания на 5 баллов:

19. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 2xy = -1, \\ 4xy + 9y^2 = 5. \end{cases}$

20. Найдите все корни уравнения

$$2s \cos 2x + 8 \sin x + 3 = 0,$$

принадлежащее отрезку $\left[\frac{-3\pi}{2}; \pi \right]$.

21. Решите неравенство. $\frac{6 \cdot 5^{x-1} - 6,8}{25^{x-\frac{1}{2}} - 5} \leq 1$.

Задания на 6 баллов:

Дайте полное обоснованное решение и ответ.

22. Андрей красил забор длиной 105 метров, причём день за днём длина выкрашенной за один день части забора уменьшалась на одну и ту же величину. За сколько дней был покрашен забор, если за первые три дня Андрей выкрасил 36 метров забора, а за последние три – только 27 метров?

23. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 10 рабочих, а во второй – 18 рабочих. Через 5 дней после начала работы в первую бригаду перешли 9 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Задания на 8 баллов:

Дайте полное обоснованное решение и ответ.

24. Точки A , B , C , D – последовательные вершины прямоугольника. Окружность проходит через вершины A и B и касается стороны CD . Через вершину D проведена прямая, которая касается той же окружности в точке E , а затем пересекает продолжение стороны AB в точке K . Найдите площадь трапеции $BCDK$, если известно, что $AB = 10$ и $KE:KA = 3:2$.

25. При каких значениях параметра a все корни уравнения

$$x^2 + (3a - 4)x - 12a = 0$$

принадлежат промежутку $(-1; 5)$?

Критерии оценивания ответов поступающих

Оценка проводится по 100-балльной шкале. Правильное решение заданий с 1-го по 15-е оценивается в 3 балла, правильное решение заданий с 16-го по 18-е оценивается в 4 балла, заданий с 19-го по 21-е оценивается в 5 баллов, заданий с 22-го по 23-е оценивается в 6 баллов, правильное решение заданий с 24-го по 25-е оценивается в 8 баллов.

Характеристика вступительного испытания по математике для абитуриентов с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

Вступительное испытание по математике для абитуриентов с ОВЗ проводится в форме экзамена.

Для проведения экзамена по математике в устной форме разработаны варианты билетов, включающие в себя задания как по курсу алгебры и начал анализа, так и по курсу геометрии. Билеты предназначены и для тех выпускников, которые осваивали программу в рамках двух предметов, и для тех, кто изучал математику в рамках интегрированного курса.

Билеты включают 10 заданий: теоретическая часть – два задания по планиметрии, одно задание по стереометрии и одно задание по алгебре и началам анализа, практическая часть – одно задание по арифметике, два задания по алгебре, одно задание по геометрии и два задания по алгебре и началам анализа. Задания являются стандартными для курса математики. Все они предполагают устное изложение решения, демонстрирующего умение выпускника математически грамотно излагать ход решения, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Задания в практической части экзаменационных билетов расположены следующим образом. Задания 3 и 4 соответствуют уровню базовой математической подготовки, среди них одно задание по элементам комбинаторики и теории вероятностей и одно задание по алгебре. Задание 5 (по курсу алгебры) соответствует уровню повышенной подготовки. Задания 8 и 9 соответствуют уровню базовой математической подготовки, среди них одно задание по геометрии (стереометрии) и одно задание по курсу алгебры и начал анализа. Задание 10 (по курсу алгебры и начал анализа) соответствуют уровню повышенной подготовки.

Первые и вторые (теоретические) вопросы билетов охватывают основные блоки содержания курса геометрии (планиметрии) 7-9-х классов: «Признаки равенства треугольников», «Сумма углов треугольника», «Признаки подобия треугольников», «Свойства и признаки равнобедренного треугольника», «Свойства прямоугольных треугольников», «Свойства четырехугольников».

В первом вопросе экзаменационного билета от экзаменуемого требуется воспроизвести определение геометрической фигуры или конфигурации, формулировку теоремы, связанной с ее свойствами или признаками (доказывать теорему не требуется), привести необходимые иллюстрирующие примеры. Умение доказывать изученные в курсе свойства или признаки геометрических фигур, сформулированные в виде теорем, экзаменуемый должен продемонстрировать при ответе на второй вопрос билета.

Шестые (теоретические) вопросы билетов охватывают основные блоки содержания курса стереометрии: «Параллельность прямых и плоскостей», «Перпендикулярность прямых и плоскостей», «Многогранники», «Объемы многогранников», «Тела вращения», «Объемы тел». Седьмые (теоретические) вопросы билетов относятся к курсу алгебры и начал анализа и охватывают блоки: «Корни и степени», «Логарифмы», «Функции», «Начала математического анализа». Теоретические вопросы экзаменационных билетов даны ниже. В теоретической части экзаменационной работы от экзаменуемого требуется воспроизвести определение, формулировку теоремы и ее доказательство, привести необходимые иллюстрирующие примеры. (Формулировки и доказательства могут различаться в зависимости от учебников, по которым абитуриент обучался и готовился к экзамену.)

Первые вопросы экзаменационных билетов

1. Параллельные прямые; свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей.

2. Равнобедренный треугольник; свойство углов при основании равнобедренного треугольника.

3. Высота, биссектриса и медиана треугольника; свойства медианы, биссектрисы, высоты равнобедренного треугольника, проведенных к основанию.

4. Признаки равенства треугольников.

5. Параллелограмм; свойства и признак параллелограмма.

6. Прямоугольник, квадрат, ромб; их свойства.
7. Трапеция; равнобедренная (равнобокая) трапеция; средняя линия трапеции и ее свойства.
8. Прямоугольный треугольник; свойство прямоугольного треугольника, один из углов которого равен 30° .
9. Теорема синусов; пример ее применения для решения треугольников.
10. Теорема косинусов; пример ее применения для решения треугольников.
11. Теоремы о вписанной и описанной окружностях треугольника.
12. Косинус острого угла прямоугольного треугольника; пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
13. Синус острого угла прямоугольного треугольника; пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
14. Признаки подобия треугольников.
15. Окружность, градусная мера дуги окружности; центральный угол, вписанный угол; теорема о вписанном угле.

Вторые вопросы экзаменационных билетов

1. Признаки параллельности прямых (доказательство одного из признаков).
2. Свойства медианы, биссектрисы, высоты равнобедренного треугольника, проведенных к основанию (доказательство одного из свойств).
3. Теорема о сумме углов треугольника.
4. Теорема о средней линии трапеции.
5. Теорема Пифагора.

В соответствии со спецификой математики овладение теоретическими положениями курса алгебры проверяется опосредованно через проверку умения решать задачи. Вопросы с третьего по пятый, включенные в билеты, относятся к следующим разделам курса: «Числа и вычисления» (проценты; решение текстовых задач), «Функции», «Уравнения и неравенства».

Шестые вопросы экзаменационных билетов

1. Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельные прямые. Скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми в пространстве.
2. Параллельность прямой и плоскости (признаки и свойства).
3. Перпендикулярность прямой и плоскости (признаки и свойства).
4. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах.
5. Параллельность плоскостей (признаки и свойства).
6. Перпендикулярность плоскостей (признаки и свойства).
7. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью. Расстояние между параллельными плоскостями.

8. Призма, ее основания, боковые ребра, высота. Прямая и правильная призмы. Формула объема призмы.

9. Параллелепипед. Куб (определения, свойства ребер, граней). Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба.

10. Симметрия в кубе.

11. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота. Правильная пирамида. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

12. Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр).

13. Цилиндр, его основания, образующая, боковая поверхность, высота. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

14. Конус, его основание, образующая, боковая поверхность, высота. Формулы площади поверхности и объема конуса.

15. Шар и сфера, их сечения. Формулы объема шара и площади сферы.

Седьмые вопросы экзаменационных билетов

1. Понятие о степени с рациональным показателем.

2. Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

3. Понятие убывающей функции, пример, графическая иллюстрация.

4. Понятие возрастающей функции, пример, графическая иллюстрация.

5. Понятие о точках максимума (минимума) функции, пример, графическая иллюстрация.

6. Достаточные условия существования максимума (минимума) функции.

7. Понятие четной функции, пример, графическая иллюстрация.

8. Понятие нечетной функции, пример, иллюстрация на графике.

9. Понятие периодической функции, пример, иллюстрация на графике.

10. Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.

11. Логарифмическая функция, ее свойства и график.

12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.

13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.

14. Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график.

15. Степенная функция, ее свойства и график.

Восьмые вопросы (геометрические задания практической части) экзаменационной работы относятся к разделам: «Многогранники», «Объемы многогранников», «Тела вращения», «Объемы тел», а девятые и десятые вопросы (алгебраические задания практической части) – к разделам «Начала математического анализа», «Уравнения и неравенства» и «Основы тригонометрии».

Номер вопроса билета	Часть работы	Раздел курса математики	Уровень
1	Теоретическая	Планиметрия	–
2	Теоретическая	Планиметрия	–

3	Практическая	Алгебра	Базовый
4	Практическая	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	Базовый
5	Практическая	Алгебра	Повышенный
6	Теоретическая	Стереометрия	–
7	Теоретическая	Алгебра и начала анализа	–
8	Практическая	Стереометрия	Базовый
9	Практическая	Алгебра и начала анализа	Базовый
10	Практическая	Алгебра и начала анализа	Повышенный

Образец экзаменационного билета по математике

1. Признаки равенства треугольников (формулировки и пример применения одного из признаков).

2. Теорема Пифагора (формулировка и доказательство).

3. Вычислите значение многочлена $x^2 - 4xy + 4y^2$ при $x = 14\frac{16}{17}$, $y = 5\frac{8}{17}$

Варианты ответа: 1) 16; 2) 4; 3) 0; 4) $25\frac{15}{17}$.

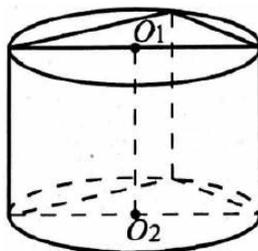
4. В соревнованиях по прыжкам в длину участвуют 13 спортсменов из Москвы, 2 спортсмена из Твери и 5 спортсменов из Тулы. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что последним будет стартовать спортсмен не из Москвы.

5. Решите неравенство.
$$\frac{6 \cdot 5^{x-1} - 6,8}{25^{x-\frac{1}{2}} - 5} \leq 1.$$

6. Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельные прямые. Скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми в пространстве.

7. Понятие возрастающей функции, пример, графическая иллюстрация.

8. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра призмы равны $\frac{9}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



9. Найдите точку минимума функции $y = x + \frac{4}{x} + 14$.

10. Найдите все корни уравнения

$$2 \cos 2x + 8 \sin x + 3 = 0,$$

принадлежащее отрезку $\left[\frac{-3\pi}{2}; \pi \right]$.

Оценка выполнения отдельных заданий экзаменационной работы и оценивание результатов экзамена

При проверке математической подготовки выпускников оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

– воспроизводить определения математических объектов, формулировки теорем и их доказательства, сопровождая их необходимыми чертежами и рисунками;

– использовать изученную математическую терминологию и символику;

– приводить примеры геометрических фигур и конфигураций, примеры применения изученных свойств, фактов и методов;

– отвечать на вопросы, связанные с изученными математическими фактами, понятиями и их свойствами, с методами решения задач;

– четко, грамотно, логично излагать свои мысли;

– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;

– вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

– читать графики элементарных функций;

– решать линейные и квадратные уравнения и неравенства, их системы.

– проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;

– решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, тригонометрические уравнения, простейшие иррациональные уравнения;

– решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

– использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

– проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

При оценке экзаменационной работы используется пятибалльная шкала.

Оценивание результата экзамена по математике осуществляется в соответствии со следующими критериями.

Критерии оценки выполнения отдельных заданий экзаменационной работы

Номер задания	Критерии оценки выполнения задания	Баллы
----------------------	---	--------------

№ 1, № 2	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена; или: допущена одна ошибка / неточность, которая после уточняющего вопроса экзаменатора исправлена экзаменуемым.	2
	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущена одна ошибка / неточность, которую после уточняющего вопроса экзаменатора экзаменуемый не сумел исправить.	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 3	Дан полностью верный ответ: экзаменуемым выбраны все верные утверждения, неверные утверждения не выбраны	2
	Дан частично верный ответ: экзаменуемым выбраны не все верные утверждения или выбрано одно неверное утверждение	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 4, № 5	Ход решения верный, получен верный ответ	2
	Ход решения верный, но экзаменуемый допустил одну ошибку вычислительного характера	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 6, № 7	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена; или: допущена одна ошибка / неточность, которая после уточняющего вопроса экзаменатора исправлена экзаменуемым.	2
	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущена одна ошибка / неточность, которую после уточняющего вопроса экзаменатора экзаменуемый не сумел исправить.	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 8, № 9, № 10	Ход решения верный, получен верный ответ	2
	Ход решения верный, но экзаменуемый допустил одну ошибку вычислительного характера	1

	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальное количество баллов за экзаменационный билет		20

Шкала перевода суммы первичных баллов за выполненные задания экзамена по математике в стобалльную систему оценивания:

Отметка по стобалльной системе оценивания	0-15	20-30	35-45	50-60
Первичный балл	0-3	4-6	7-9	10-12

Отметка по стобалльной системе оценивания	65-70	75-80	85-90	95-100
Первичный балл	13-14	15-16	17-18	19-20

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: базовый и углублённый уровни: учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 12-е изд. – Москва: Просвещение, 2024. – 463 с.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия: 10-11 классы: базовый и углублённый уровни: учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – 11-е изд. – Москва: Просвещение, 2023. – 288 с.
3. Маслова Т. Н. Справочник школьника по математике. 5-11 классы / Т. Н. Маслова, А. М. Суходский. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2008. – 672 с.
4. Маслова Т. Н. Математика: новый полный справочник для подготовки к единому государственному экзамену / Т. Н. Маслова, А. М. Суходский. – М.: Издательство АСТ: Мир и образование, 2017. – 672 с.
5. Мордкович А. Г. Математика: Полный справочник / А. Г. Мордкович, В. И. Глизбург, Н. Ю. Лаврентьева. – М.: АСТ: Астрель, 2016. – 351 с.
6. Шабунин М. И. Математика: пособие для поступающих в вузы / М. И. Шабунин. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 695 с.
7. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: Справочное пособие / Л. И. Звавич, А. Р. Рязановский. – М.: Дрофа, 2004. – 96 с.
8. Черняк А. А. ЕГЭ по математике. Алгебра. Профильный уровень. Практическая подготовка / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 432 с.

9. Черняк А. А. ЕГЭ по математике. Геометрия. Практическая подготовка / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 336 с.
10. Балаян Э. Н. Математика. Справочник для подготовки к ГИА и ЕГЭ / Э. Н. Балаян. – Ростов н/Д: Феникс, 2014. – 319 с.